



# Estrategias curriculares de formación en Historia de las Matemáticas en licenciaturas en Matemáticas en Colombia

- Curricular Strategies of Formation in History of Mathematics in Bachelor's Degrees in Mathematics in Colombia
- Estratégias curriculares de formação em História da Matemática nos Bacharelado em Matemática na Colômbia

Edgar Alberto Guacaneme S.\*  
Ligia Amparo Torres R.\*\*  
Luis Carlos Arboleda A.\*\*\*

## Resumen<sup>1</sup>

Teniendo en cuenta la necesidad de conocer cómo se está gestionando la Historia de las Matemáticas (HM) en los programas de formación inicial de profesores de Matemáticas, en este artículo de investigación se caracterizan las estrategias curriculares para la formación del conocimiento histórico de las Matemáticas en nueve licenciaturas colombianas; en este sentido, se buscó responder cuatro preguntas clásicas: por qué, para qué, qué y cómo se lleva a cabo el estudio de la HM en las licenciaturas. En torno a cada una de estas preguntas se postularon sendos sistemas conceptuales que fungieron como categorías de análisis de la información objeto de estudio; esta se acopió a través de una estrategia que incluyó el desarrollo de un panel de profesores, el estudio de documentos curriculares de las licenciaturas, y el desarrollo de entrevistas con profesores y estudiantes. Como resultado de la investigación se dispone de respuestas que aluden a: el impacto que tiene la existencia de profesores o grupos de estudio/investigación que asumen la HM en el conocimiento del profesor de Matemáticas como empresa académica, la potencia que se le atribuye al estudio de la HM en relación con la generación de visiones alternativas de las Matemáticas y de sus objetos, las pulsiones que se dan en la elección de una HM que se debate entre su versión general y la HM de objetos matemáticos específicos, o el diverso protagonismo que tiene la HM en los planes de estudio de las licenciaturas.

## Palabras clave

Historia de las Matemáticas; formación de profesores; estrategias curriculares

\* Doctor en Educación – Énfasis en Educación Matemática. Profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia. Correo electrónico: [guacaneme@pedagogica.edu.co](mailto:guacaneme@pedagogica.edu.co). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3131-1579>

\*\* Magíster en Educación – Énfasis en Educación Matemática. Profesora del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle. Santiago de Cali, Colombia. Correo electrónico: [ligia.torres@correounivalle.edu.co](mailto:ligia.torres@correounivalle.edu.co). Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4612-0043>

\*\*\* Doctor en Historia y Enseñanza de las Matemáticas. Profesor del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle. Santiago de Cali, Colombia. Correo electrónico: [carlos.arboleda@correounivalle.edu.co](mailto:carlos.arboleda@correounivalle.edu.co). Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0444-1383>

<sup>1</sup> Este artículo es resultado del proyecto *Caracterización de las estrategias curriculares de formación en Historia de las Matemáticas en programas de formación inicial de profesores de Matemáticas en Colombia* (Código CI 5220), financiado por la Universidad del Valle en el marco de su convocatoria interna del año 2010 y desarrollado en las vigencias 2010 y 2011.

## Abstract

Taking into account the need to know how the History of Mathematics (HM) is being managed in the initial training programs of mathematics teachers, this research article characterizes the curricular strategies for the formation of historical knowledge of Mathematics in nine Colombian degrees. In this sense, we sought to answer four classic questions: why, for what, what and how the study of HM is carried out in the Bachelor's degrees. Around each of these questions, two conceptual systems were postulated that served as categories of analysis of the information under study. This was collected through a strategy that included the development of a panel of professors, the study of curricular documents of the degrees, and the development of interviews with teachers and students. As a result of the research, there are answers that refer to: the impact of the existence of professors or study / research groups that assume the HM in the knowledge of the professor of Mathematics as an academic company, the power attributed to the study of the HM in relation to the generation of alternative visions of Mathematics and its objects, the drives that occur in the election of a HM that is debated between its general version and the HM of specific mathematical objects, or the diverse role that has the HM in the curricula of the degrees.

## Keywords

History of Mathematics, teacher training; curricular strategies

## Resumo

Levando em consideração a necessidade de saber como a História da Matemática (HM) está sendo gerenciada nos programas iniciais de formação de professores de matemática, este artigo de pesquisa caracteriza as estratégias curriculares para a formação do conhecimento histórico da Matemática em nove graus colombianos. Nesse sentido, buscou-se responder a quatro questões clássicas: porque, para quê, o que e como o estudo da HM é realizado nos bacharelados. Em torno de cada uma dessas questões, foram postulados dois sistemas conceituais que serviram como categorias de análise das informações em estudo. Esta foi coletada através de uma estratégia que incluiu o desenvolvimento de um painel de professores, o estudo de documentos curriculares dos bacharelados e o desenvolvimento de entrevistas com professores e alunos. Como resultado da pesquisa, há respostas que se referem a: o impacto da existência de professores ou grupos de estudo / pesquisa que assume a HM no conhecimento do professor de Matemática como empresa acadêmica, o poder atribuído ao estudo da HM em relação à geração de visões alternativas da Matemática e seus objetos, as unidades que ocorrem na eleição de uma HM que é debatida entre sua versão geral e a HM de objetos matemáticos específicos ou o papel diverso que possui a HM nos currículos dos bacharelados.

## Palavras chave

história da Matemática; formação de professores; estratégias curriculares

## Introducción

En las dos últimas décadas, la formación de profesores de matemáticas en Colombia ha sido permeada de manera especial, entre otros factores, por: una nueva visión sobre el conocimiento del profesor, la producción investigativa de la Educación Matemática que puede ser objeto de estudio en la formación de profesores, la emergencia de un campo de investigación sobre la educación del profesor de Matemáticas y, una política nacional de reformulación de las licenciaturas<sup>2</sup> que junto con la relativa autonomía universitaria ha guiado el surgimiento o transformación de los programas de formación inicial de profesores de Matemáticas en este siglo.

En este marco de retos y oportunidades, la comunidad colombiana de formadores de profesores ha ido familiarizándose e interpretando diversos conceptos y teorías (v. g., educabilidad, enseñabilidad, *Subject Matter Knowledge*, *Pedagogical Content Knowledge*, actividad matemática, *Mathematical Knowledge for Teaching*, *Knowledge Quartet*) y, ha ido integrando o readaptando componentes y estrategias de formación a los planes de estudio de las licenciaturas.

Si bien conocer y reflexionar sobre el estado de gestión de las propuestas de formación de profesores de Matemáticas ha sido una preocupación de la comunidad nacional, sectores de esta misma comunidad han mostrado su interés en realizar estudios sistemáticos que ofrezcan panoramas nacionales de la fenomenología de las mismas a partir de los cuales, por ejemplo, se construya una base de conocimiento desde el que se cualifiquen y mejoren tales propuestas. La investigación

reportada aquí constituye una acción concreta en tal dirección, realizada con la intención de brindar un panorama de la formación en Historia de las Matemáticas en las licenciaturas.

Esta investigación se ubica en el ámbito de la relación “Historia de las Matemáticas – Educación Matemática” [HM–EM], la cual ha sido estudiada desde diversas perspectivas y cuenta, hoy en día, con innumerables documentos que la abordan,<sup>3</sup> a partir de los cuales se han podido reconocer, entre otros, la existencia de cuatro acepciones de la relación HM–EM, a saber: HM en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, HM en la investigación en EM, HM en la formación de los profesores de Matemáticas y, la Historia de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas (Guacaneme, 2016). El trabajo aquí descrito se instaura en la tercera de estas acepciones y desde allí se reconoce, entre otras, la necesidad de apropiación y uso de la HM por parte de los futuros profesores.

Este trabajo parte también de reconocer que en Colombia la relación HM–EM se identifica, de manera más o menos explícita, en la actividad normativa que ha acompañado la oferta de programas colombianos de formación inicial de profesores de Matemáticas en las últimas dos décadas (Guacaneme, Bautista, y Salazar, 2011) y en la documentación que orienta el currículo nacional en Matemáticas. En cuanto a lo primero, se reconoce que el desplazamiento de la hegemonía de lo disciplinar (es decir, las Matemáticas) hacia lo pedagógico específico (la Didáctica de las Matemáticas o Educación Matemática), impulsado por la legislación, ha promovido mayor atención a la HM como parte del conocimiento del profesor, en tanto que esta

2 En Colombia el término “licenciatura” se aplica exclusivamente a los programas de formación de profesores; así una “Licenciatura en Matemáticas” es un programa de formación inicial de profesores de Matemáticas.

3 En el capítulo 2 de la tesis doctoral de Guacaneme (2016) se reseña y estudia una abundante cantidad de tales documentos.

alimenta y configura la Educación Matemática, entendida como campo de investigación interdisciplinario. Asimismo, en cuanto a lo segundo, se advierte que en los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998) y en los *Estándares Básicos de Competencias* (MEN, 2006), se reconoce un importante lugar a la HM, ligada a la conceptualización de una visión del conocimiento matemático y de las Matemáticas que implica de modo explícito la necesidad de profundizar en el análisis de los procesos históricos que ha sufrido tal conocimiento.

Ahora bien, como desde la investigación en Educación Matemática y desde la perspectiva legal se hace relevante la relación HM-EM, y en consecuencia la relación *Historia de las Matemáticas – Conocimiento del profesor de Matemática* [HM-CPM], es natural suponer que los actuales programas colombianos de formación de profesores de Matemáticas aborden la formación en HM de manera singular. Sin embargo, hasta el momento no ha habido un estudio sistemático que exhiba la manera como se realiza esta formación, es decir, un estudio sobre cómo, en el contexto nacional, esta disciplina se incorpora a los procesos de constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas. Un estudio tal se constituye en un paso previo y necesario para promover una discusión en el ámbito nacional de formadores de profesores acerca del papel de la HM en el CPM, que trascienda las posturas teóricas y prescriptivas, y atienda a una fenomenología específica establecida a través de la investigación.

En este sentido, caracterizar las estrategias curriculares de participación de la HM en los programas colombianos de formación inicial de los profesores de Matemáticas constituyó el objeto central de la investigación. Al respecto de la expresión “estrategias curriculares”, se debe precisar que estas se refieren y describen a través de la respuesta a cuatro preguntas básicas relativas a la racionalidad, las intenciones, el tipo de historia, el momento y las estrategias metodológicas de la HM en el CPM, a saber:

- ¿Por qué se plantea la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?
- ¿Para qué se procura la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?
- ¿Qué tipo de HM debe ser apropiada por un profesor?
- ¿Cómo y cuándo se llevan a cabo los procesos de apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?

Estas preguntas estructuran lo que sigue en este documento. En efecto, son abordadas como organización del marco de referencia de la investigación, constituyen un referente para los aspectos metodológicos, orientan la presentación de los resultados obtenidos y la discusión sobre los mismos, asuntos estos que son tratados en los apartados siguientes.

## Marco de referencia

A partir de la construcción del estado del arte de la investigación en torno a la relación HM–CPM, se ha erigido un marco de referencia en torno a las preguntas enunciadas antes (Guacaneme, 2010, 2011); este marco, del cual se hace una breve descripción a continuación, se asumió como marco de referencia de esta investigación.

### ¿Por qué se plantea la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?

En la descripción sobre la situación de la enseñanza de la HM en programas de formación de profesores en varios países (Schubring et al., 2000) se identifican respuestas valiosas a la pregunta en cuestión. De allí, en principio, se puede inferir que, la existencia de una propuesta educativa de apropiación de la HM por parte de los profesores depende de la existencia de personas o equipos con alguna formación en HM y una preocupación por la formación de los profesores de Matemáticas.

A partir de este mismo documento se reconoce que la inclusión de la HM en la formación de profesores atiende a valoraciones sociales de la historicidad de las Matemáticas. Dichas valoraciones aluden a posturas como las que reconocen que la HM es parte sustancial de las Matemáticas (Heiede, 1992, 1996) o que el estudio de la HM de una determinada comunidad reivindica su identidad (Schubring, et al., 2000). Por otra parte, pero también ligado a la valoración social de la historicidad de las Matemáticas, se reconoce que la respuesta al por qué se relaciona con las exigencias o políticas del Estado sobre la formación de profesores; estas exigencias se expresan, por ejemplo, en la inclusión de un componente histórico o

filosófico de las Matemáticas en los exámenes requeridos para poder ejercer la docencia y, por ende, la inclusión de este en la educación de los profesores (Schubring, et al., 2000).

Ahora bien, en el espectro documental que refiere a la relación HM–EM sobresalen algunos trabajos que recopilan, categorizan y discuten listas de argumentos relacionados con la pregunta en cuestión (Fried, 2001; Gulikers y Blom, 2001; Jankvist, 2009; Tzanakis et al., 2000; Tzanakis y Thomaidis, 2000) que, al ser reinterpretadas a la luz de esta pregunta, ofrecen un panorama en el que se reconoce una perspectiva prescriptiva de la HM como fuente de artefactos<sup>4</sup>, de diferente orden, que favorecen el conocimiento del profesor de Matemáticas o que pueden ser usados en el ejercicio docente. La HM como fuente de visiones de la actividad matemática es uno de tales artefactos; aquí, de manera particular, se alude a que la HM ofrece una perspectiva de la actividad de creación y comunicación matemática, guiada por razones diversas (v.g., utilitarias, internas a las Matemáticas, problemas de otras disciplinas, estéticas, curiosidad intelectual, retos, placer, recreativas), influida por factores sociales y culturales y, en cuanto actividad humana, mediada por errores, argumentos heurísticos, incertidumbre, dudas, argumentos intuitivos, controversias y aproximaciones alternativas a los objetos matemáticos.

Otro artefacto hace alusión a las visiones de los objetos matemáticos; en este sentido se afirma que la HM permite reconocer preguntas, problemas, tratamientos, acepciones, representaciones, formas de razonamiento, etc. sobre objetos matemáticos específicos; asimismo, se sostiene que la HM revela interrelaciones entre dominios matemáticos o

<sup>4</sup> En el sentido planteado por Verillon and Rabardel (1995), un artefacto llega a ser una herramienta cuando los usuarios son capaces de emplearlo para sus propios propósitos.

de las Matemáticas con otras disciplinas y que evidencia la interdependencia de metaconceptos (v.g., demostración, rigor, evidencia, error) con el carácter evolutivo de los conceptos, de las formas de representación y del lenguaje.

Por otra parte, se postula que el estudio de la HM exige y promueve el desarrollo de *competencias personales y profesionales* (v.g., leer, escribir, escuchar, buscar fuentes, discutir, analizar y hablar sobre las Matemáticas; sensibilidad, tolerancia y respeto hacia maneras no convencionales de expresar ideas o resolver problemas; valoración de la persistencia y el ánimo ante la adversidad) que van más allá del conocimiento matemático; esto constituye un tercer artefacto.

En suma, la HM se incorpora en la educación de los profesores porque: existen personas que tienen dicho interés, hay una valoración social de la historicidad de las Matemáticas y se reconoce en la HM una fuente de artefactos, potencialmente convertibles en herramientas para la actividad docente.

### ¿Para qué se procura la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?

En términos generales se puede afirmar que la HM se introduce en la educación de los profesores para dotar al profesor de Matemáticas de “instrumentos” para el ejercicio docente. En este sentido, se identifica una estrecha relación entre el *por qué* y el *para qué*, pues los artefactos citados antes, están incluidos en tales instrumentos. Así, se postula que la HM permite una cualificación y transformación de las visiones de la actividad matemática (Fauvel y van Maanen, 1997b; Furinghetti, 2007; Isaac, Ram, y Richards, 1996, 2000), de las visiones de los objetos matemáticos (Arcavi, 1991; Furinghetti, 2007; Grugnetti, 2000; Morley, 1982; Ofir, 1991; Schubring, et al., 2000; van Maanen, 1997) y el desarrollo de competencias personales y profesionales (Arcavi, 1991; Arcavi e Isoda, 2007; Fauvel y van Maanen, 1997b; Furinghetti, 2007; Winicki, 2000).

Además de las razones discutidas para los tres artefactos citados, se encuentran otras respuestas o “instrumentos” que si bien se relacionan con lo antes expuesto, tienen un cierto nivel de independencia de aquellas.

El cuarto instrumento se refiere a una *transformación en la manera de enseñar Matemáticas*, mediada por la introducción de un componente histórico en la educación del profesor. Autores como Führer (1991), Barbin (1996) o Furinghetti (2007) coinciden en señalar que el estudio de la HM por parte del profesor puede proporcionar un cambio en la manera habitual de abordar la educación en Matemáticas, en el modo de promover el pensamiento de los individuos, o en la consciencia sobre el estilo de enseñanza, debido al cambio epistemológico que se genera para los conceptos matemáticos.

Un quinto instrumento, en cierto sentido ligado al anterior, se refiere a la posibilidad de encontrar en la HM *una fuente de materiales o recursos para la enseñanza*; así, el estudio de esta tiene como intención que el profesor conozca tal

fuentes de abastecimiento de problemas, situaciones, anécdotas, tratamientos, etc., para que en su momento pueda acudir a ella y usar estos recursos en la enseñanza de las Matemáticas. Esta aproximación a la HM tiene un carácter utilitario, pues el profesor se sirve de ella para utilizar sus resultados, de manera relativamente directa, en la enseñanza de las Matemáticas.

Un sexto instrumento se refiere al propósito de *fortalecer la valoración y el papel de la profesión docente*. En este sentido Høyrup (2007) presenta un documento en el cual —a través de sus referencias a la enseñanza de las Matemáticas, al papel y carácter del profesor de matemáticas o del matemático de una época antigua— genera cuestionamientos sobre estos aspectos hoy en día. Por su parte, Winicki (2000) hace un llamado a los profesores de Matemáticas respecto de su función de mostrar y promover unas Matemáticas humanizadas y humanizantes. En una dimensión diferente de la Historia (historia de la enseñanza de las matemáticas) Schubring y sus colegas (2000) plantean la posibilidad de que esta permita la comprensión de la evolución de la profesión docente.

En resumen, hay al menos seis instrumentos de los que la HM podría dotar al docente y que se perseguirían con su estudio por parte de los profesores de Matemáticas, a saber: visiones de la actividad matemática, visiones de los objetos matemáticos, competencias profesionales, transformación en la manera de enseñar Matemáticas, fuente de materiales o recursos para la enseñanza, y fortalecimiento de la valoración y el papel de la profesión docente.

### ¿Qué tipo de Historia de las Matemáticas debe ser apropiada por un profesor?

A final del siglo pasado Fauvel y van Maanen (1997a) formulaban la pregunta sobre qué

clase de Historia de las Matemáticas es la adecuada para la formación del profesor, lo cual lleva implícita la alusión a la existencia de tipos de HM. En un intento por precisar dichos tipos, Guacaneme (2010) postula varias tipologías a partir de una aproximación a los productos de la investigación histórica y de consideraciones encontradas en la literatura sobre la HM-CPM. Dichas tipologías, descritas a continuación, constituyen categorías de análisis de esta investigación, pero no deben entenderse como una clasificación de la HM, pues existen interrelaciones e intersecciones entre las tipologías descritas.<sup>5</sup>

Una primera tipología alude al contenido; así, son ejemplos de los tipos de HM: la biografía de matemáticos, las versiones originales de obras matemáticas o sus traducciones, la correspondencia entre matemáticos, o el estudio de una noción o problema matemático, de una forma de pensamiento matemático, de teorías o porciones de ellas, o de una obra matemática.

De acuerdo con el tipo de fuente surge una segunda tipología que discrimina fuentes originales y secundarias. Dentro del tipo fuentes originales se encuentran, entre otros, los manuscritos de las obras matemáticas e incluso sus traducciones, la correspondencia entre matemáticos, los discursos de los matemáticos en congresos o los instrumentos contruidos para favorecer la producción matemática. Los análisis, comentarios o recapitulaciones sobre estas fuentes originales constituyen las fuentes secundarias. Además, si se atiende a lo expuesto por Tzanakis y sus colegas (2000), se deberían incorporar las fuentes didácticas como un tercer tipo de fuentes, es decir, se debería incluir “el cuerpo de la literatura extraído de los

5 Más adelante, esta tipificación fue redefinida y reorganizada (Guacaneme, 2016) atendiendo a que algunas aluden al tipo de objeto de estudio o el tipo de tratamiento del contenido histórico.



escritos primarios y secundarios con la intención de constituir una aproximación (exposición, tutoría, ejercicio, etc.) inspirada en la historia” (pp. 212-213).

Una tercera tipología ubica dos tendencias de HM, internalista y externalista, y posturas intermedias de estas (Anacona, 2003). En cierto sentido, el reconocimiento de aspectos sociales y culturales como elementos fundamentales en la constitución y desarrollo de la obra matemática es el aspecto central de distinción entre estas posturas.

Una cuarta tipología se relaciona con el nivel de profundidad del tratamiento histórico. Aquí, es preferible hacer referencia a dos tendencias casi siempre opuestas: el relato histórico y el análisis histórico. En el primero, aspectos tales como cronologías, biografías, anécdotas, fragmentos descontextualizados de obras matemáticas, citas textuales, etc. ocupan un papel importante, en cuanto que el contenido matemático y su análisis histórico un papel secundario; el relato histórico no siempre se ajusta a los estándares de la ciencia histórica y es calificado por algunos autores con el apelativo *pseudo-historia*. Los análisis históricos en general se encuentran publicados como artículos en las revistas de HM, o como capítulos de libros o libros de HM. Bajo esta tipología se identifica el relato histórico con la descripción del hecho histórico, y el análisis histórico con el análisis e interpretación del hecho histórico.

Una quinta tipología se refiere a la existencia de diversos enfoques en el tratamiento histórico, no necesariamente disjuntos, relacionados con la intencionalidad y perspectiva del estudio. Así, se puede enfatizar en aspectos filosóficos acerca de la naturaleza de los objetos matemáticos implicados en la obra, lógicos en torno al tratamiento de tales objetos, axiológicos de la obra misma, matemáticos en sentido estricto, psicológicos en torno al pensamiento matemático implicado en la constitución de la obra, sociológicos, entre otros.

Una sexta tipología se refiere a si las Matemáticas objeto del estudio histórico son las reconocidas como hegemónicas o matemáticas occidentales, o si pertenecen a culturas o sociedades específicas como las matemáticas orientales o matemáticas de comunidades indígenas. Bajo esta tipología se reconoce una tendencia en la HM que implica un cambio desde una postura más bien limitada o visión eurocéntrica de un cuerpo monolítico de conocimiento matemático, hacia el reconocimiento de un panorama más amplio de la actividad matemática incorporada en una rica variedad de culturas y periodos.

La séptima tipología se encuentra reportada en la literatura (Grattan-Guinness, 2004a, 2004b) bajo la identificación de dos tendencias, denominadas “historia” y “herencia”, como dos maneras de aprehender las Matemáticas del pasado. Bajo esta mirada, la “historia” se caracteriza por exhibir de manera más objetiva y completa el acontecimiento histórico, proveyendo sus motivaciones, las tensiones y condiciones del momento histórico, las relaciones con otros objetos, los fracasos y éxitos en la constitución del objeto, entre otros aspectos.



La “herencia”, por su parte, se caracteriza por resaltar un carácter determinístico de la obra matemática, exhibiendo una matemática menos falible.

La octava tipología ubica dos tendencias, a saber: una HM contada desde el punto de vista del autor y una HM contada desde la perspectiva de los científicos modernos (Tosh, 2006). El estilo usado por la primera tendencia procura que el hecho histórico se relate, interprete y analice con las herramientas y cosmovisión del momento histórico específico, procurando hacer hablar al autor matemático de la obra, más que al historiador. Por su parte, el estilo de la segunda tendencia permite introducir una terminología y conceptos modernos en la descripción de un hecho del pasado, nutriendo la visión del pasado con las características actuales del objeto matemático, haciéndose así presente la perspectiva del historiador.

La novena tipología refiere a dos modalidades de HM, una HM evolutiva (es decir, aquella que da cuenta y razón de la transformación de un concepto o idea matemática) y una HM situada (aquella que exhibe los hechos y análisis históricos de una obra matemática en un contexto y momento específico).

Una última tipología, sugerida por Éveline Barbin (1996), alude a una HM conceptual y a una HM de los problemas. La primera refiere a una historia de aquellos conceptos que describieron cómo funcionan las Matemáticas; la segunda, es una manera alterna de escribir la HM, la cual destaca el proceso de construcción y reificación del conocimiento derivado de la actividad de resolución del problema, considerada como motor de la actividad matemática.

Ahora bien, a la luz de estas tipologías la pregunta inicial y genérica (¿Qué tipo de Historia de las Matemáticas debe ser apropiada

por un profesor?) se complejiza pues posee entonces una serie de dominios donde la variable “tipo de historia” puede tomar valores.

### ¿Cómo y cuándo se llevan a cabo los procesos de apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?

En la literatura especializada que reporta experiencias de formación en el conocimiento histórico, la respuesta a las preguntas en cuestión no siempre es inmediata ni directa. No obstante, se han podido establecer formas o modos distintos de incorporación de la HM. Una de estas formas consiste en una amplia secuencia de talleres temáticos, contruidos a partir de la investigación (Arcavi, 1985; Bruckheimer y Arcavi, 2000); para esta, Bruckheimer y Arcavi (2000) explicitan cuatro características, a saber: participación activa, historia conceptual, relevancia, y fuentes primarias; la primera de estas características enfatiza en que más que leer textos históricos, el profesor que se apropia de la HM debe “hacer Matemáticas” y “comunicarlas” de manera oral y escrita.

Otra forma alude a la realización de cursos. En este sentido, Isaac, Ram y Richards (2000) presentan como opción la realización de un curso donde se logra una múltiple aproximación a la historia de la Geometría y de este resaltan el proceso de evaluación llevado a cabo, el cual incluye una exposición oral de un artículo de una revista especializada, un ensayo de reflexión sobre el desarrollo del curso y la realización de unos ejercicios basados en un documento curricular oficial. Asimismo, Winicki (2000) exhibe un curso en donde el trabajo se realiza de manera individual, grupal y colectiva, y se desarrolla a través de talleres que incluyen la lectura de materiales históricos, la solución de problemas, y el cuestionamiento

y reflexión sobre las implicaciones didácticas de lo estudiado y realizado. Además, reseña que en un curso tal se debe dejar abierta la posibilidad de la discusión de aspectos didácticos, que no siempre se pueden prever en el diseño del mismo.

Una tercera manera refiere a la incorporación de la HM en la formación didáctica de los profesores. Como ejemplo de ello Furinghetti (2007) presenta la intervención de la HM en el marco de un curso dedicado a la formulación de secuencias de enseñanza; así, describe no solo una manera de abordar la HM sino de hacer uso de esta; en este sentido propone partir del análisis de los programas curriculares de Matemáticas, explorar en la HM algunos conceptos y procesos a ser enseñados, diseñar una secuencia de enseñanza, y discutir grupalmente las secuencias producidas.

Además de la inclusión de la HM a través de talleres, cursos o su incorporación a la formación didáctica, como respuesta a la pregunta en cuestión, vale la pena mencionar que en casi todas las propuestas se incluyen opciones metodológicas como el desarrollo de conferencias y discusiones sobre el contenido histórico, la lectura, estudio y discusión de textos históricos/matemáticos, el diseño y desarrollo de proyectos en torno a la HM o de carácter pedagógico o didáctico, que dirigen la atención de los participantes hacia el objeto, hacia el objeto en relación con la enseñanza o hacia un aspecto de aprendizaje profesional.

## Aspectos metodológicos

Para realizar esta investigación, de carácter cualitativo y descriptivo, se siguió una estrategia que, a la luz de cuatro preguntas descriptivas de las estrategias curriculares (por qué, para qué, qué y cómo se lleva a cabo el estudio de la HM en las licenciaturas), implicó:

1. Convocar y escuchar a los representantes de nueve licenciaturas en un panel en el que cada quien expresó la manera como la HM se vincula en su respectivo programa. Dicho panel se llevó a cabo en el marco de la “Tercera Escuela Nacional de Historia y Educación Matemática”, desarrollada en octubre del 2010 en la Universidad del Valle (Cali, Colombia); al mismo, fueron invitados todos los programas de formación inicial de profesores de Matemáticas de Colombia.
2. Sintetizar las prescripciones reportadas en la literatura especializada que aborda la relación HM–CPM. El precedente marco de referencia constituye un resultado de tal síntesis; este se construyó de manera dialéctica con el proceso investigativo mismo.
3. Estudiar los documentos descriptivos de las licenciaturas para identificar el lugar y papel previsto para la HM. En este sentido, las licenciaturas suministraron documentos descriptivos que habían sido presentados a los procesos de Registro calificado o Acreditación de alta calidad, los cuales permitieron reconocer de manera panorámica las apuestas

- curriculares y aproximar el lugar de la HM en estas.
4. Estudiar los programas de los cursos relacionados con el estudio de la HM y a través de ello identificar las respuestas a las preguntas objeto de estudio, centrando la atención en las intenciones formativas, las temáticas propuestas, la apuesta metodológica, la bibliografía de apoyo sugerida, el lugar del curso en la estructura curricular, entre otros aspectos. Además, hacer una mirada panorámica a los trabajos de grado producidos en los programas, para vislumbrar niveles de apropiación y uso de la HM por parte los futuros profesores de Matemáticas.
  5. Realizar entrevistas *in situ* a directores, profesores y estudiantes de dichas licenciaturas para indagar pormenores de las estrategias curriculares implicadas en la enseñanza y aprendizaje de la HM. Para estas entrevistas se diseñaron varias cuestiones en torno a cada una de las preguntas que guiaron la investigación.
  6. Analizar y sintetizar la información resultante de las actividades anteriores. El análisis y la síntesis de la información implicó identificar, en las respuestas a las cuestiones, las respuestas a las preguntas de la investigación; para ello se llevaron a cabo procesos de codificación y organización analítica de la información. Como un resultado particular de ello, se produjeron informes descriptivos por licenciatura para realimentar, desde la investigación, la mirada que cada una tiene acerca del lugar de la HM en su programa.
  7. Contrastar las descripciones logradas con las prescripciones identificadas y

descritas en el marco de referencia, para caracterizar de manera general, a través de las categorías, las estrategias curriculares de incorporación de la HM en programas colombianos de formación inicial de profesores de Matemáticas.

8. Formular algunas recomendaciones y preguntas de indagación, producto de la investigación.

Implementar una estrategia de divulgación de la investigación y sus resultados, a través de la presentación de ponencias en eventos académicos (Torres y Guacaneme, 2011a, 2011b, 2013) y la escritura de artículos (Torres, Guacaneme y Arboleda, 2015).

En la investigación participaron como objeto de estudio nueve licenciaturas de siete universidades colombianas (Universidad de Antioquia, Universidad del Cauca, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Universidad La Gran Colombia, Universidad de Nariño, Universidad Pedagógica Nacional y Universidad del Valle).

La investigación fue abordada por un colectivo integrado por dos profesores de las universidades del Valle y Pedagógica Nacional (coautores de este artículo), un egresado de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle, dos estudiantes de pregrado de la Universidad del Valle y el Doctor Luis Carlos Arboleda, en calidad de asesor.

## Resultados

En este apartado se exhiben algunos resultados de la investigación. Para su exposición acudimos a las preguntas básicas por medio de las cuales se pretende dar cuenta y razón de las estrategias curriculares, es decir, a través de las preguntas sobre el por qué, para qué,

qué y cómo se lleva a cabo la gestión de la HM en los programas de formación de profesores de Matemáticas.

## ¿Por qué se lleva a cabo la educación en hm en los programas de formación de profesores?

De acuerdo con lo encontrado en la investigación, la racionalidad de la incorporación de la HM a los programas de formación inicial de profesores radica en:

la existencia de un cierto consenso sobre la pertinencia de la HM en la educación de profesores; la existencia de formadores de profesores que hacen de esta disciplina una empresa académica; la favorabilidad del ambiente normativo que reglamenta las licenciaturas respecto de la incorporación de cambios curriculares en estas; la formación autodidacta en el conocimiento histórico de las Matemáticas; y la existencia de grupos de estudio (investigación) que generan escuelas de pensamiento y acción en torno a la HM, en general, y en torno a su papel en la educación de los profesores de Matemáticas, en particular. (Torres et al., 2015, p. 205).

En primer lugar, debemos resaltar que hay un convencimiento absoluto acerca de la pertinencia del conocimiento sobre la HM como elemento fundamental en el conocimiento del profesor. En efecto, ninguna de las muchas personas con quienes conversamos a través de las entrevistas (coordinadores, profesores o estudiantes) manifestó algún halo de duda acerca de tal pertinencia; así, la necesidad de la HM en la educación de los profesores de Matemáticas, parece un lugar común e indiscutible. Este hecho, en apariencia deseable, no deja de inquietar por su mismo carácter consensual, pues consideramos que dicho consenso ganaría en profundidad y racionalidad, si se cuestionara y al menos se abriera la posibilidad de identificar y debatir su fundamento. Este asunto ya lo discutimos en un artículo (Torres et al., 2015). A pesar de la existencia de tal consenso, este no determina de manera unívoca los demás elementos que caracterizan la estrategia curricular de incorporación del componente histórico en la educación de los profesores, como se verá adelante.

Por otra parte, si bien pareciera una verdad de Perogrullo, consideramos muy importante señalar que la existencia de profesores que tienen como empresa académica la inclusión de la HM como parte del CPM, es una de las razones fundamentales para que esta aparezca de forma explícita en el plan de estudios de una licenciatura. Dicha empresa académica se expresa a través de acciones concretas que trascienden la divulgación de la HM a través de cursos y comprometen fundamentalmente al formador como académico que participa de una comunidad. Asumir el estudio de la HM y su relación con la educación en Matemáticas por medio de trabajos de grado, participar como asistente o ponente en eventos académicos que incluyen como objeto de estudio la relación HM-EM, consultar literatura especializada e incluirla como bibliografía de estudio en los cursos, o diseñar e implementar innovaciones curriculares en la enseñanza de la HM, constituyen ejemplos de tales acciones.

La incorporación de la HM en las licenciaturas se ha favorecido por las condiciones que provee la normatividad colombiana, respecto de los programas de pregrado (en especial la que alude a la posibilidad de reformulación de las propuestas curriculares a partir de los procesos de autoevaluación y de acreditación de alta calidad), para mantener, transformar o incluir uno o varios cursos relacionados de modo directo con la HM, e incluso para proponer estos sobre la base de líneas o núcleos de formación en Historia y Filosofía de las Matemáticas. En efecto, los profesores y directivos de los programas reconocen que los procesos de autoevaluación, renovación de registro calificado y acreditación han sido aprovechados para repensar y reformular las propuestas curriculares en su generalidad y, particularmente, en la especificidad del papel de la HM en estas.

Dos aspectos fundamentales que justifican y han promovido la incorporación de la HM a las licenciaturas son la autoformación de los formadores y la existencia de grupos de estudio o investigación en HM. De hecho, muchos profesores que lideran las empresas académicas reseñadas manifiestan que su interés, gusto y conocimiento por la HM surgió en su formación profesional y se ha cualificado de manera autodidacta como parte de su desarrollo profesional o, en algunos casos como parte de su formación especializada. Esa misma cualificación no solo les ha ampliado su conocimiento sobre la Historia y la Filosofía de las Matemáticas, sino sobre las Matemáticas mismas, llevándolos a transformar sus visiones sobre los objetos matemáticos, sobre la actividad matemática y sobre las Matemáticas; en este mismo sentido, reconocen la necesidad de mantenerse activos en el estudio de la HM.

Asimismo, se reconoce, de manera diáfana, la existencia de grupos de estudio o investigación como una de las mejores razones

que justifican escuelas de formación en HM con su consecuente intervención en las licenciaturas que educan profesores de Matemáticas. Sin lugar a duda la escuela liderada en la Universidad del Valle por el doctor Luis Carlos Arboleda desde la década de los ochenta es, más que un ejemplo, el caso que evidencia lo anterior; al rastrear la faceta profesional de los *discípulos* que la han conformado y sus vínculos con las licenciaturas del suroccidente colombiano, aunque no solo en ellas, se reconoce tanto una presencia sustancial de la HM en tales programas de formación de profesores, como un creciente interés por la HM que se irradia en dichos entornos. El interés por la HM se ha acrecentado justo a través de la inclusión de esta en los programas de formación de pregrado y posgrado en Matemáticas y en Educación Matemática, por el diseño y ejecución de investigaciones, tesis y trabajos de grado en torno a temas de la HM y sus vínculos con la Educación Matemática, así como por el desarrollo de eventos académicos en torno a esta (v.g., la Escuela Nacional de Historia y Educación Matemática). Estas acciones parecen orientar las decisiones para la formación de profesores de Matemáticas en algunas licenciaturas; este hecho se muestra relevante en la medida en que en algunas licenciaturas se establecen énfasis en temáticas que han sido objeto de estudio o investigación en desdén de posturas más o menos clásicas frente a la enseñanza y aprendizaje de la HM.

### ¿Cuáles son las intenciones que orientan la educación en HM en los programas de formación de profesores?

El análisis de la información acopiada en el proyecto, respecto de las intenciones, ofrece un panorama que evidencia dos horizontes claramente identificables, pero muy relacionados, y compartidos de modo amplio en las

licenciaturas participantes. De un lado, se advierte una tendencia a afirmar que la HM ofrece una visión *alterna* de las Matemáticas; de otro, se afirma que también se logra, a través de esta, una visión diferente de los objetos matemáticos.

La mirada alterna de las Matemáticas surge en contraste con aquella que se logra al margen del estudio de la HM; para el caso de los futuros profesores esta última tiene que ver con la visión que de las Matemáticas han logrado a través de su estudio escolar en la Educación Básica, Media y Superior. La mirada alterna lograda desde la HM le adjudica a las Matemáticas otros rasgos; por ejemplo, la asume como proceso y producto falible, construido por humanos en prolongados periodos de tiempo a través de procesos que no siempre fueron lineales ni por fuerza exitosos, en interacción con otros campos científicos, dependiendo de variables externas y contextos no siempre académicos, o moviéndose por distintos cánones de rigor.

De manera semejante, la diferencia de visión sobre los objetos matemáticos se hace evidente, por ejemplo, al concebirlos como herramientas o procesos y no en el marco de teorías decantadas; al entender que las definiciones de los conceptos han tenido etapas previas de elaboración y estados *protomatemáticos* antes de intentar atrapar la esencia del concepto; al reconocerlos con significados asociados cambiantes en el tiempo y en las culturas; al ver las transformaciones sintácticas y semánticas de las notaciones y formas discursivas; al reconocer propiedades o teoremas que actúan en la producción matemática incluso antes de que haya sido admitida una demostración de su validez teórica, entre otros.

Además de estas intenciones compartidas, el estudio nos permitió reconocer otras exclusivas o preponderantes en algunos programas. En el currículo propuesto de una de las licenciaturas estudiadas, la HM aparece como *laboratorio* para la Filosofía de las Matemáticas, es decir, el estudio de la HM tiene un carácter de medio a través del cual se alimenta y valida la reflexión sobre cuestiones filosóficas; en el currículo desarrollado, de aquella licenciatura y en el de algunos otros programas, parece que se comparte tal intención, pero no siempre constituye el aspecto central, pues generalmente se enfatiza en el aprendizaje de la HM como fin mismo.

De otra parte, es prudente señalar que las contribuciones que el estudio de la HM pueda hacer al profesor de Matemáticas, respecto de su comprensión de las particularidades de la actividad matemática en el aula aluden, casi de manera exclusiva, al reconocimiento de obstáculos epistemológicos, errores o dificultades que los matemáticos tuvieron en su momento para el desarrollo del conocimiento matemático, a modo de advertencia de situaciones que se pueden presentar en el aula en los procesos de aprendizaje o construcción de tal conocimiento. En general, no hay un reconocimiento a contribuciones acerca de, por ejemplo: las estrategias de estudio de los matemáticos y sus implicaciones frente a los procesos de estudio de los alumnos, el papel de la interacción social entre matemáticos para confrontar y poner a prueba sus elaboraciones y su relación



con la interacción en procesos escolares de construcción de conocimiento, o la existencia de jerarquías y poderes en la comunidad de matemáticos y su papel en la determinación de la validez o pertinencia de desarrollos matemáticos así como los mecanismos de validación de la verdad en el aula de clase.

Asimismo el estudio permite advertir que no hay un amplio reconocimiento del desarrollo de competencias profesionales docentes promovido por el estudio de la HM. Por ejemplo, no hay alusión alguna referida a la posibilidad de mejorar la habilidad de descentrarse, es decir la posibilidad de imaginar cómo es la forma de razonamiento de otro (su alumno) y escucharlo; menos aún hay una alusión a la competencia relacionada con la valoración de la profesión docente ni del carácter intelectual de la misma que algunos estudios sobre temas o momentos históricos parecen promover. Tampoco pudimos reconocer alusiones a la conciencia sobre los ideales consustanciales a las Matemáticas (v.g., el ideal de la simplicidad, del rigor, de la pertinencia) que puede ganarse a través del uso de la HM, como uno de los propósitos del conocimiento histórico para el profesor de Matemáticas.

### ¿Qué tipo de HM se involucra en la formación de profesores de Matemáticas?

En lo relativo al tipo de HM que se pone en juego en la formación de los profesores de Matemáticas, el estudio nos permitió reconocer que en varias de las licenciaturas se propone una historia general de las Matemáticas, organizada de manera cronológica, en la que se estudian de manera secuencial momentos históricos específicos de la evolución de la disciplina. Otras licenciaturas asumen como objeto de estudio la historia de algunas nociones, conceptos o subdisciplinas matemáticas

específicas, reconociendo su carácter evolutivo o situado. Además, se encontró que algunas otras proponen el estudio de problemáticas que son transversales a la constitución de objetos matemáticos (tales como el papel de la demostración, la relación intuicionismo y formalismo, la objetivación matemática, la realidad de los objetos matemáticos, entre otras), que incorporan una relación dialéctica entre HM y Filosofía de las Matemáticas. Para los dos últimos casos, por lo general los temas o problemas se han identificado relevantes desde los grupos de estudio o investigación y son objeto de estudio de sus agendas investigativas.

De igual forma, se logró evidenciar que en los programas de formación las Matemáticas hegemónicas u occidentales son, por lo general, el centro de estudio de la HM, a pesar del reconocimiento de existencia de Matemáticas en otras culturas. No obstante, también se encontró que en algunas licenciaturas la perspectiva histórica relacionada con la etnomatemática se vislumbra como una posibilidad o una tímida realidad. Al respecto del estudio de la HM en Colombia (o de la historia de las Matemáticas colombianas), se reseña un desconocimiento de la literatura existente al respecto, lo cual conlleva la falta de estudio de esta; a la vez, se admite lo deseable y pertinente que sería su estudio.<sup>6</sup>

Esto se corrobora a través de las referencias bibliográficas que se incluyen como parte de la descripción de los programas de los cursos de HM. En efecto, al examinar el tipo de estas advertimos una tendencia a trabajar libros y documentos de una historia general de las Matemáticas, y una escasa presencia de artículos de revistas de HM, libros clásicos de Matemáticas,

<sup>6</sup> En cierto sentido, reconocemos un llamado para que la comunidad de matemáticos y de historiadores aborde la tarea de escribir la historia de las Matemáticas en Colombia y para que sean ellos quienes alimenten el acervo documental requerido.



fuentes originales, correspondencia entre matemáticos, o uso de bases de datos especializadas en HM. Asimismo, se reconoce una interesante tendencia, menos masiva, que evidencia el uso de una bibliografía que aborda, en su complejidad y profundidad, problemas sobre la constitución de objetos o teorías matemáticas (como la constitución de los números reales). De igual forma, se identificó que las referencias bibliográficas sobre la HM en Colombia son exiguas o inexistentes.

Llama la atención que en varias de las licenciaturas las fuentes documentales empleadas se obtengan casi siempre de las bibliotecas personales de los docentes más que de las bibliotecas de las universidades.<sup>7</sup> No obstante lo anterior, reconocimos también que, al menos en la Universidad del Valle, existe un profuso acervo documental, ligado a los temas de investigación en HM y Filosofía de las Matemáticas. Por otra parte, se encontró una limitada alusión al empleo de artículos que ilustran el uso de HM en la enseñanza de las Matemáticas. Se reconoce sí la necesidad y pertinencia de abordar este asunto, en apariencia innovador, como parte de la formación del profesor de Matemáticas, pero, en general, no se conoce o dispone de una literatura respecto de este que pueda ser incorporada en los cursos.

Según lo anterior, nos atrevemos a afirmar que la reflexión acerca del tipo de HM pertinente y necesaria para la formación del conocimiento del profesor no se ha dado con la profundidad que, desde nuestra perspectiva, este asunto amerita. Tal reflexión de seguro implica primero el reconocimiento de tipos de HM, así como el estudio sistemático de sus conexiones e implicaciones con las intenciones formativas que cada uno de estos viabiliza, en relación con el conocimiento del profesor de Matemáticas. Precisamente esta relación entre tipos de HM e intenciones formativas se muestra como un objeto de investigación en el marco de la relación HM –CPM abordable los formadores de profesores.

## ¿Cómo se estructura la HM en la propuesta curricular de formación, o qué estrategia metodológica se emplea en la formación en HM?

Como lo indicamos en otra publicación relacionada con la investigación en cuestión (Torres et al., 2015):

En lo que corresponde al cómo se incluye la HM en los programas de formación, se reconoce una interesante diversidad que se expresa, de un lado, en un intervalo de variación que tiene cerca a uno de sus extremos el desarrollo de un único curso de HM y en el otro la existencia de un conjunto de más de tres cursos que configuran una línea o núcleo de formación. (p. 206).

7 A este respecto debemos manifestar la necesidad de atender esta carencia a través de acciones institucionales, si se quiere que el estudio de la HM cuente con mayores y mejores recursos.

Cuando existe esta última tendencia es muy usual que exista un número considerable de trabajos de grado que se articulan con la línea de formación en HM; en contraposición, en las licenciaturas donde esta se expresa en muy pocos cursos, son escasos los trabajos de grado que centran su atención en asuntos de la HM.

De otro lado, tal diversidad se expresa también en la existencia o no de cursos electivos sobre temáticas de HM, en la inclusión o no de asuntos de HM en los cursos de Matemáticas o de didácticas específicas de las Matemáticas y, en su consideración o no como parte sustancial en los diseños curriculares para la enseñanza de las matemáticas escolares. Con relación a la inclusión de la HM en los cursos de Matemáticas, no se logró identificar alguna reflexión que evocara las diferentes expresiones que se reconocen en la literatura como, por ejemplo, comprender la integración como compromiso con la naturaleza de las Matemáticas mismas al considerarla histórica, la HM considerada como un agregado a las Matemáticas, o bien la HM como una herramienta de fundamentación de la apuesta curricular que se haga para el curso de Matemáticas. Por otra parte, frente a la integración de la HM a cursos de didácticas específicas parece haber un reconocimiento bien como derrotero en el diseño de una unidad o secuencia didáctica o una lección o tarea de clase, o como un orientador para el currículo de tales cursos.

Se logró, además, reconocer un cierto consenso acerca de la necesidad de un vasto conocimiento matemático como prerrequisito para el estudio de la HM. En varias de las licenciaturas esto determina la ubicación de los cursos de HM en los últimos semestres de las propuestas curriculares. En aquellos programas de formación en los que los cursos de HM se ubican en la primera mitad de la carrera, hay la percepción de que estos no se

aprovechan de modo suficiente por la poca profundidad en el conocimiento matemático lograda hasta entonces. A pesar de tal consenso, no identificamos reflexiones acerca de cómo este es compatible con la idea, promovida al menos en la literatura especializada sobre la relación HM-EM, de que la HM ayuda o apoya el aprendizaje de las Matemáticas; esta misma idea fue expresada por algunos de los formadores de profesores al momento de justificar la intervención de la HM en los cursos de Matemáticas de sus programas.

En relación con el cómo se gestiona la actividad de aula en los cursos, se advierte una tendencia a emplear la estrategia metodológica de lectura y exposición de documentos de HM, realizada muchas veces por los estudiantes. Asimismo hay una tendencia a considerar el seminario como una opción metodológica, a través de la cual los estudiantes y el profesor en principio abordan de manera individual el estudio de una temática y luego desarrollan la consecuente discusión colectiva; a veces esta estrategia se acompaña de talleres de lectura como parte de la preparación del seminario. Las actividades de los estudiantes, promovidas por estas estrategias son, a su vez, fuente de evaluación de sus procesos formativos.

En la investigación no se encontraron suficientes evidencias de realización de actividades o estrategias reportadas en la literatura especializada, tales como la escritura de ensayos o informes sobre el estudio de un asunto histórico de las Matemáticas, la representación teatral de situaciones o hechos históricos que implicaron a los matemáticos y de fragmentos de sus obras matemáticas, el desarrollo de talleres en los que se estudian aspectos históricos o se solucionan problemas que ponen al profesor (o al futuro profesor) en situaciones semejantes a las que pueden llegar a presentarse en el aula, la construcción de

mapas de conceptos y sus narrativas, el estudio etimológico de algunos términos, el trabajo con —y a través de— almanaques de problemas matemáticos, o la construcción de narrativas y descripciones de hechos para estudiar el problema de la certeza y objetividad del relato histórico.

## Discusión de resultados y algunas reflexiones

Uno de los resultados más relevantes que el estudio permite reconocer es precisamente la existencia en Colombia de una comunidad académica interesada en asumir la HM en el CPM como objeto de estudio. Esta comunidad constituye una condición de base desde la cual catapultar y dinamizar, de manera conjunta y articulada entre los programas de formación de profesores de Matemáticas, el desarrollo de la reflexión y acción en torno a la relación entre HM y CPM; dicho trabajo colectivo podría llegar a tener una mayor y más profunda proyección, que los actuales esfuerzos y trabajos que se desarrollan de manera aislada en cada institución. Sin lugar a duda, dicho trabajo conjunto se favorecería a través de acciones e iniciativas concretas en los eventos académicos establecidos y consolidados en la comunidad académica colombiana, así como en la realización interinstitucional de seminarios de discusión y estudio de la relación HM -CPM y de la codirección de trabajos de grado. De manera recíproca, estas acciones e iniciativas son las que permitirían trascender la reflexión a través de la producción de un acervo nacional propio en torno a esta relación que, entre otros aspectos, defina directrices en torno a la relación HM -CPM.

El resultado anterior se articula con otro igualmente revelador. Es la misma comunidad interesada en la relación HM -CPM la que desarrolla los procesos de formación en HM en los programas correspondientes, pero estos procesos parecen estar más fundamentados en la acción empírica que en argumentos provenientes de la literatura especializada disponible y en ambientes de experimentación e indagación sistemática sobre la acción. Así, el estudio de la relación HM -CPM reclama tanto la apropiación crítica de la literatura especializada para que esta se constituya en discurso que dé fundamento a la acción, como la inclusión de esta relación en las agendas investigativas. Esto se ve favorecido por la normatividad que regula los programas de formación en Colombia, en cuanto que esta promueve los procesos investigativos sobre la acción formativa a la vez que ubica la HM como parte de los componentes del conocimiento requerido por un profesor de Matemáticas para su ejercicio profesional. Sin embargo, los mecanismos de regulación de la calidad de los programas de formación aún no logran capturar tal espíritu y fragmentos de esta normatividad pueden estar quedando en el plano discursivo y no trascender a la acción, trayendo como consecuencia que la actividad investigativa de la comunidad sobre la relación HM -CPM aún se muestre incipiente y la HM no ocupe el lugar previsto en algunos de los programas.

Si bien en la literatura especializada existen muy diversas intenciones y algunas de estas se identifican como propósitos formativos que justifican la inclusión

de la HM en los programas colombianos de formación de profesores de Matemáticas, el estudio permite reconocer que el logro de estas intenciones no está siendo objeto de investigación ni en el ámbito de la formación, ni en el ámbito de las prácticas pedagógicas de los graduados de los programas. Esto constituye un reto o problema mayor para la comunidad de formadores y exige crear estrategias que trasciendan la observación no metódica como mecanismo de producción de intuiciones o inferencias sobre las cuales se oriente la acción formativa. Así, habría que diseñar procesos investigativos que permitan, por ejemplo, revelar si la inclusión de la HM permite modificar en efecto la visión del futuro profesor de Matemáticas o del profesor en ejercicio sobre la naturaleza de las Matemáticas, o desarrollar competencias de escucha.

Por otra parte, aunque, como se mostró antes, hemos identificado aspectos sobre el tipo de HM que se pone en juego en los programas de formación, consideramos que los instrumentos y la estrategia metodológica empleada en esta investigación no lograron dar cuenta y razón de particularidades de la HM con la que se relacionan los futuros profesores en su formación. Por ejemplo, no se pudo identificar si en cada programa solo se incorpora una historia exitosa o si también se incorporan aspectos erróneos o caminos no fructíferos en su desarrollo, de tal suerte que no se logra concluir si se hace una “historia” o una “herencia”, tipología reportada en el marco de referencia. Disponer de una caracterización más fina de los tipos de HM que se integran en los programas de formación implicaría, por ejemplo, realizar observaciones sistemáticas de las actividades formativas, estudiar de manera más detallada la bibliografía que se incluye en los programas de los cursos y revisar los contenidos de los trabajos de grado que se desarrollan en torno a la HM.

Contar con una caracterización más detallada del tipo de HM que se pone en juego en los programas de formación constituye no solo un reto para la investigación, sino que además podría potenciar el estudio sistemático de la relación que hay entre los tipos de HM y las intenciones formativas que se persiguen con la integración de la HM a la formación de los profesores. Este asunto no pudo ser constatado de modo suficiente a través de la investigación en cuestión; quizá esto se debió a que el marco de referencia si bien detalla categorías o tipologías de respuesta a las preguntas sobre el qué HM y el para qué de la HM, no incluye un discurso que permita conectar de forma explícita y coherente las respuestas a ambas preguntas. También puede justificarse en que este asunto puede no haber sido objeto de reflexión y conceptualización en los programas de formación examinados y por tanto no emerge ni en los programas de los cursos estudiados ni en las declaraciones de las personas con las que se interactuó a través de las entrevistas.

El estudio también permite reconocer la necesidad de potenciar estudios sobre la HM en Colombia; respecto a esto, durante el desarrollo de las entrevistas se hizo un llamado a la comunidad participante del estudio, en cuanto se reconoce que la recuperación de la historia autóctona, específicamente a través de trabajos de recuperación de tradiciones culturales y producciones específicas sobre las Matemáticas, permite el avance en los procesos de identidad nacional y autonomía intelectual.

Si bien el marco de referencia de la investigación y los resultados de la misma permiten advertir un amplio espectro de intenciones formativas de la HM y en consecuencia constituyen una base argumental suficiente para considerarla como un elemento nuclear en la formación de los profesores de Matemáticas, la diversidad en el número de cursos en los

programas estudiados o la exigua figuración de esta en los modelos que describen el CPM (v.g., los citados por Neubrand (2018)) no respaldan un posible protagonismo de la HM en el CPM.<sup>8</sup> En este orden de ideas, la naturaleza nuclear de la HM en el CPM trasciende la apropiación del conocimiento histórico bajo algunos aspectos del espectro mencionado, para dar paso a una problemática alterna que implica el uso de dicho conocimiento en las prácticas pedagógicas del profesor. Por ejemplo, la formación de un profesor puede dirigirse a apropiar varios significados de un objeto constituidos en su proceso histórico, a pesar de lo cual puede no disponer de un conocimiento sobre su uso en las prácticas pedagógicas, tales como las prácticas de aula, el análisis de textos curriculares, la identificación de significados personales de sus estudiantes, etc. Esta perspectiva propone un nuevo reto para la integración de la HM en el CPM, pues llama la atención a la comunidad para que además de la apropiación de la HM, se estudien aspectos didácticos y pedagógicos sobre su uso en las prácticas pedagógicas como objeto de aprendizaje para el profesor.

De otro lado, la investigación permite reconocer que las maneras como se gestiona la HM en los programas de formación responden a la acción más que al estudio sobre las metodologías y estrategias de integración de esta, y que son muy limitadas si se compara con la diversidad de estrategias reportadas en la literatura especializada; así, parece haber una versión muy tradicional de la enseñanza y aprendizaje de la HM. Desde este panorama la innovación metodológica se muestra no solo como una posibilidad, sino como una necesidad, lo cual incorporaría, entre otros, un estudio y acción sobre el lugar y el papel que juegan los recursos bibliográficos, audiovisuales y las herramientas tecnológicas (videos, videoconferencias, las memorias de eventos, las animaciones o simulaciones, y otros recursos) en la apropiación y uso de la HM. Innovar en las estrategias metodológicas constituye así un objeto de estudio adicional en las agendas de investigación de las comunidades nacionales de formadores.

Por último, quisiéramos poner de relieve que los resultados del estudio deben servir de referente para cuestionar, cualificar y fortalecer las posturas y acciones sobre la formación en HM articulada al CPM en las licenciaturas colombianas; asimismo se espera que ello permita abrir un debate amplio<sup>9</sup> y copartícipe<sup>10</sup> sobre las preguntas que orientaron la investigación. Como es natural suponer, se espera que estos resultados sean objeto de estudio en las licenciaturas que participaron de este estudio y en los demás programas de formación de profesores de Matemáticas, y que con ello se enriquezcan los procesos de autoevaluación

8 Justamente, bajo el reconocimiento del papel protagónico de la HM, propusimos (Torres et al., 2015) aspectos de una agenda investigativa en torno a la relación HM-CPM.

9 En el sentido de involucrar a más licenciaturas y formadores de profesores.

10 En tanto que pueden surgir apoyos efectivos entre las licenciaturas a través de acciones concretas como compartir referentes bibliográficos, socializar los programas de los cursos, discutir las particularidades de dirección de trabajos de grado que involucran la HM y, en general, propiciar intercambios académicos.

que lleven a cualificar, mejorar y consolidar las propuestas curriculares empleadas para la formación del conocimiento histórico como parte del CPM. De igual modo, se espera que la valoración de los procesos en aquellas universidades pioneras o líderes en esta cla-

se de formación, abra las puertas y genere condiciones que favorezcan la creación de una red nacional de profesores y programas interesados en el debate sobre el CPM pertinente, necesario y posible en estos momentos y circunstancias en Colombia.

## Referencias

- Anaconda, M. (2003). La historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. *Revista EMA. Investigación e innovación en educación matemática*, 8 (1), 30-46.
- Arcavi, A. (1985). *History of Mathematics as a component of Mathematics Teacher Background*. Unpublished Doctoral Thesis, Weizmann Institute of Science, Israel.
- Arcavi, A. (1991). The experience of history in mathematics education: Two benefits of using history. *For the Learning of Mathematics. An International Journal of Mathematics Education*, 11 (2), 11.
- Arcavi, A. e Isoda, M. (2007). Learning to listen: from historical sources to classroom practice. *Educational Studies in Mathematics*, 66 (2), 111-129.
- Barbin, É. (1996). The role of problems in the history of mathematics and mathematics teaching. En R. Calinger (Ed.), *Vita mathematica: historical research and integration with teaching* (pp. 17-25). Washington: Mathematical Association of America.
- Bruckheimer, M. y Arcavi, A. (2000). Mathematics and its History: An educational partnership. En V. J. Katz (Ed.), *Using History to teach Mathematics: An international perspective* (pp. 135-146). Washington: Mathematical Association of America.
- Ministerio de Educación Nacional, MEN. (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional, MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Fauvel, J. y van Maanen, J. (1997a). The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics. *ZDM*, 29 (4), 138-140.
- Fauvel, J. y van Maanen, J. (1997b). The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics: Discussion document for an ICMI Study (1997-2000). *Mathematics in School*, 26 (3), 10-11.
- Fried, M. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science & Education*, 10 (4), 391-408.
- Führer, L. (1991). Historical stories in the mathematics classroom. *For the Learning of Mathematics. An International Journal of Mathematics Education*, 11 (2), 24-31.

- Furinghetti, F. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 66 (2), 131-143.
- Grattan-Guinness, I. (2004a). History or heritage? An important distinction in mathematics and for mathematics education. *American Mathematical Monthly*, 111 (1), 1-12.
- Grattan-Guinness, I. (2004b). The mathematics of the past: Distinguishing its history from our heritage. *Historia Mathematica*, 31 (2), 163-185.
- Grugnetti, L. (2000). The History of mathematics and its influence on pedagogical problems. En V. J. Katz (Ed.), *Using history to teach mathematics: An international perspective* (pp. 29-35). Washington: Mathematical Association of America.
- Guacaneme, E. (2010). ¿Qué tipo de Historia de las Matemáticas debe ser apropiada por un profesor? *Revista Virtual Educyt*, 2, 136-148.
- Guacaneme, E. (2011). *La Historia de las Matemáticas en la educación de un profesor: razones e intenciones*. Presentado en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática.
- Guacaneme, E. (2016). *Potencial formativo de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. Universidad del Valle, Santiago de Cali.
- Guacaneme, E., Bautista, M. y Salazar, C. (2011). El contexto normativo de formulación de los programas de formación inicial de profesores de matemáticas. *Voces y silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 2 (1), faltan páginas del artículo
- Gulikers, I. y Blom, K. (2001). 'A historical angle', a survey of recent literature on the use and value of history in geometrical education. *Educational Studies in Mathematics*, 47 (2), 223-258.
- Heiede, T. (1992). Why teach history of mathematics? *The Mathematical Gazette*, 76 (475), 151-157.
- Heiede, T. (1996). History of mathematics and the teacher. En R. Calinger (Ed.), *Vita mathematica: historical research and integration with teaching* (pp. 231-243). Washington: Mathematical Association of America.
- Høyrup, J. (2007). The roles of Mesopotamian bronze age mathematics tool for state formation and administration – carrier of teachers' professional intellectual autonomy. *Educational Studies in Mathematics*, 66 (2), 257-271.
- Isaac, I., Ram, V. M. y Richards, A. (1996). *A historical approach to developing the cultural significance of mathematics amongst first year preservice primary school teachers*. Presentado en el HEM Meeting, Braga, Portugal.
- Isaac, I., Ram, V. M. y Richards, A. (2000). A historical approach to developing the cultural significance of mathematics among first year pre-service primary school teachers. En V. J. Katz (Ed.), *Using history to teach Mathematics: An international perspective* (pp. 123-128). Washington: Mathematical Association of America.



- Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71 (3), 235-261.
- Morley, A. (1982). Should a mathematics teacher know something about the history of mathematics? *For the Learning of Mathematics. An International Journal of Mathematics Education*, 2 (3), 46.
- Neubrand, M. (2018). Conceptualizations of professional knowledge for teachers of mathematics. *ZDM*, 50 (4), 601-612.
- Ofir, R. (1991). Historical happenings in the mathematics classroom. *For the Learning of Mathematics. An International Journal of Mathematics Education*, 11 (2), 21-23.
- Schubring, G., Cousquer, É., Fung, C.-i., El Idrissi, A., Gispert, H., Torkil, H., et al. (2000). History of mathematics for trainee teachers. En J. Fauvel y J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education. The ICMI Study* (pp. 91-142). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Torres, L. y Guacaneme, E. (2011a). *Aproximación a las estrategias curriculares de formación en Historia de las Matemáticas en programas de formación inicial de profesores de matemáticas*. Ponencia presentada en el XVIII Congreso Colombiano de Matemáticas.
- Torres, L. y Guacaneme, E. (2011b). *Caracterización de las estrategias curriculares de formación en historia de las matemáticas en programas de formación inicial de profesores de matemáticas*. Ponencia presentada en el IV Encuentro de programas de formación inicial de profesores de Matemáticas y V Seminario de Matemática Educativa. Fundamentos de la Matemática Universitaria.
- Torres, L. y Guacaneme, E. (2013). *La Historia de las Matemáticas en la formación inicial de profesores de Matemáticas en Colombia*. Ponencia presentada en el VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática - CIBEM.
- Torres, L., Guacaneme, E. y Arboleda, L. (2015). La Historia de las Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas. *Quipu. Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología*, 16 (2), 203-224.
- Tosh, N. (2006). Science, truth and history, Part I. Historiography, relativism and the sociology of scientific knowledge. *Studies In History and Philosophy of Science Part A*, 37 (4), 675-701.
- Tzanakis, C., Arcavi, A., de Sá, C., Isoda, M., Lit, C.-K., Niss, M., et al. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. En J. Fauvel y J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education. The ICMI Study* (pp. 201-240). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Tzanakis, C. y Thomaidis, Y. (2000). Integrating the close historical development of mathematics and physics in mathematics education: Some methodological and epistemological remarks. *For the Learning of Mathematics. An International Journal of Mathematics Education*, 20 (1), p. 44-55.

- van Maanen, J. (1997). New maths may profit from old methods. *For the Learning of Mathematics. An International Journal of Mathematics Education*, 17 (2), 39-46.
- Verillon, P. y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education*, 10 (1), 77-101.
- Winicki, G. (2000). The analysis of regula falsi as an instance for professional development of elementary school teachers. En V. J. Katz (Ed.), *Using history to teach mathematics: An international perspective* (pp. 129-133). Washington: Mathematical Association of America.

### Para citar este artículo

- Guacaneme, E., Torres, L. y Arboleda, L. (2019). Estrategias curriculares de formación en Historia de las Matemáticas en licenciaturas en Matemáticas en Colombia. *Revista Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 46, 57-80.